22107410

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Jueves 6 de mayo de 2010 (mañana)

1 hora 30 minutos

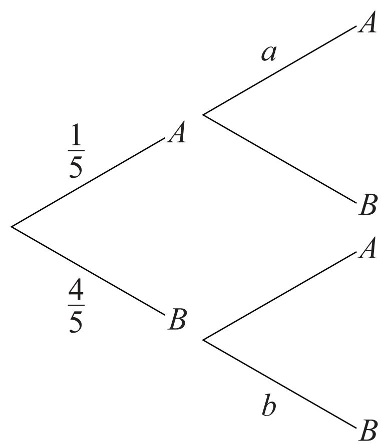
INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o correcta con tres cifras significativas.

Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. *[Puntuación máxima: 15]*

(a) Phoebe elige una galleta de una caja de metal azul que se encuentra sobre una alacena. La caja contiene una galleta de chocolate y cuatro galletas sencillas (sin chocolate). Phoebe se come la galleta y elige otra galleta de la caja. El siguiente diagrama de árbol representa dicha situación, junto con los cuatro posibles resultados, y donde una A significa “galleta de chocolate” y una B significa “galleta sencilla”.



(i) Escriba el valor de a.

(ii) Escriba el valor de b.

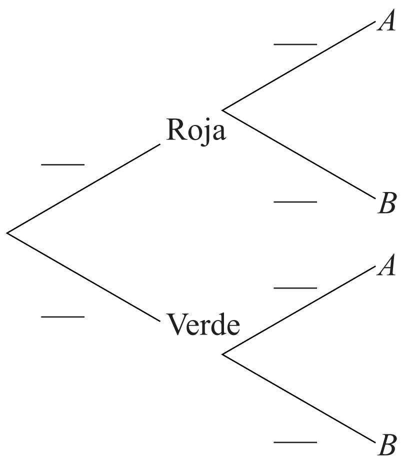
(iii) Halle la probabilidad de que ambas galletas sean sencillas. *[6 puntos]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 1: continuación)

En otra alacena hay dos cajas de metal, una roja y otra verde. La caja roja contiene tres galletas de chocolate y siete galletas sencillas, mientras que la caja verde contiene una galleta de chocolate y cuatro galletas sencillas. Andrew elige una de las dos cajas al azar (la roja o la verde) y, a continuación, elige una galleta al azar.

(b) **Copie y complete** el siguiente diagrama de árbol. *[3 puntos]*



(c) Halle la probabilidad

(i) de que elija una galleta de chocolate;

(ii) de que haya elegido una galleta de la caja roja, sabiendo que se trata de una galleta de chocolate. *[6 puntos]*

2. *[Puntuación máxima: 17]*

Alex y Kris están montando en bicicleta juntos, por un carril-bici, y van anotando en qué momento pasan por los siguientes puntos kilométricos.

Tiempo (t horas)	1	2	3	4	5	6	7
Distancia (d km)	57	65	72	81	89	97	107

(a) Con estos datos, dibuje con precisión un diagrama de dispersión. Utilice 1 cm para representar 1 hora y 1 cm para representar 10 km. *[3 puntos]*

(b) Escriba, para este conjunto de datos

(i) la media del tiempo, $\bar{t}$;

(ii) la media de la distancia, $\bar{d}$. *[2 puntos]*

(c) En su diagrama de dispersión, marque y rotule el punto $\mathrm{M}(\bar{t}, \bar{d})$. *[2 puntos]*

(d) En su diagrama de dispersión, dibuje con precisión la recta de ajuste óptimo. *[2 puntos]*

(e) **Utilizando su gráfica**, estime en qué momento pasarán Alex y Kris por el punto kilométrico 85 km. Dé la respuesta redondeando a **1 cifra decimal**. *[2 puntos]*

(f) Escriba la ecuación de la recta de regresión correspondiente a los datos proporcionados. *[2 puntos]*

(g) (i) **Utilizando su ecuación**, calcule por qué punto kilométrico pasarán los ciclistas transcurridas 10,3 horas.

(ii) ¿Resulta fiable esta estimación de la distancia recorrida? Dé una respuesta razonada. *[4 puntos]*

3. *[Puntuación máxima: 20]*

En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando al valor entero más próximo de la unidad monetaria correspondiente.

Ying y Ruby tienen cada uno 5000 USD para invertir.
Ying invierte sus 5000 USD en una cuenta bancaria que paga un tipo de interés (tasa de interés) nominal anual del 4,2 %, **compuesto anualmente**. Ruby invierte sus 5000 USD en una cuenta que ofrece un interés fijo, igual a 230 USD cada año.

(a) Halle cuánto dinero tendrá Ruby en el banco al cabo de 3 años. *[2 puntos]*

(b) Compruebe que Ying tendrá en el banco 7545 USD al cabo de 10 años. *[3 puntos]*

(c) Halle el número de años completos que tendrán que pasar para que la inversión de Ying supere por primera vez los 6500 USD. *[3 puntos]*

(d) Halle el número de años completos que tendrán que pasar para que la inversión de Ying supere a la inversión de Ruby. *[3 puntos]*

Ruby se traslada a vivir desde Estados Unidos a Italia. Por ello, transfiere 6610 USD a un banco italiano que aplica el siguiente tipo de cambio: 1 USD = 0,735 euros. El banco le cobra una comisión del 1,8 %.

(e) Calcule cuánto dinero tendrá Ruby para invertir en el banco italiano, una vez pagada dicha comisión. *[4 puntos]*

Ruby vuelve a los Estados Unidos de vacaciones. Cambia 800 Euros en un banco en Chicago, y recibe 1006,20 USD. El banco tiene anunciado que aplica el siguiente tipo de cambio: 1 euro = 1,29 USD.

(f) Calcule la comisión, expresada como un porcentaje, que le cobran a Ruby en dicho banco. *[5 puntos]*

4. *[Puntuación máxima: 24]*

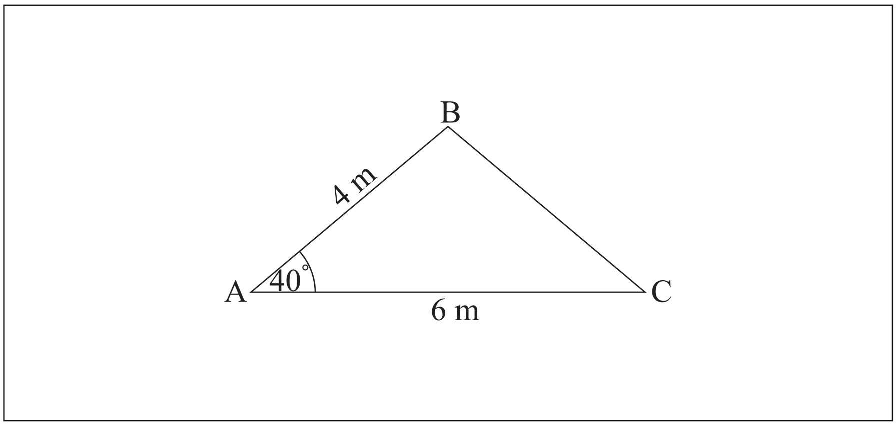
(a) Un jardinero tiene que enladrillar una superficie rectangular de 15,4 metros de largo por 5,5 metros de ancho, utilizando ladrillos rectangulares. Cada ladrillo mide 22 cm de largo y 11 cm de ancho.

(i) Calcule el área total que hay que enladrillar. Dé su respuesta en cm^2.

(ii) Escriba cual es el área de cada ladrillo.

(iii) Halle cuántos ladrillos se necesitan para enladrillar toda la superficie. *[6 puntos]*

(b) El jardinero decide dejar una zona triangular ABC sin enladrillar, para poner ahí césped. Esta zona se encuentra en el centro de la superficie rectangular, tal y como se muestra en el siguiente diagrama.



la figura no está dibujada a escala

La distancia AB es igual a 4 metros, AC mide 6 metros y el ángulo BAC mide 40°.

(i) Halle la longitud de BC.

(ii) A partir de lo anterior, escriba cuánto mide el perímetro de la zona triangular de césped.

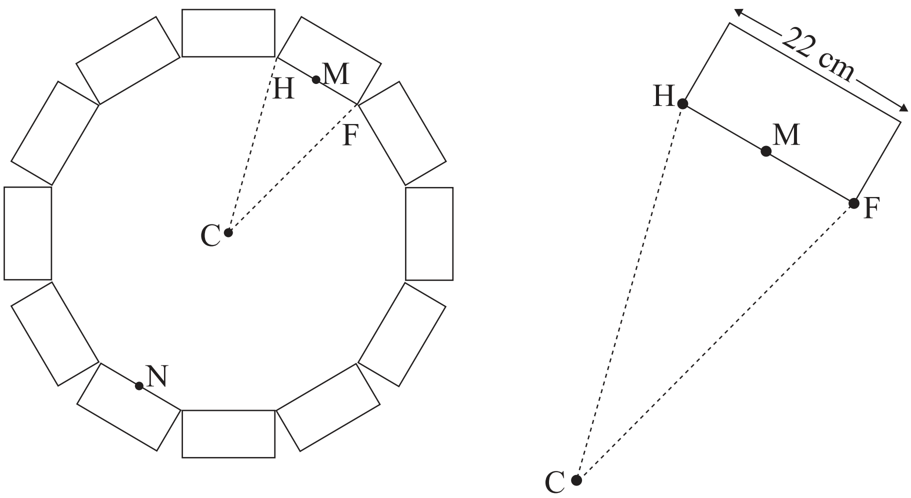
(iii) Calcule el área de la zona de césped.

(iv) Halle qué porcentaje de la superficie rectangular tendrá césped. *[9 puntos]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 4: continuación)

(c) En otro jardín, se utilizan doce de esos mismos ladrillos rectangulares para construir un borde alrededor de un pequeño macizo de flores, tal y como se muestra en la figura. FH es la longitud de cada ladrillo, y C es el centro del macizo de flores. M y N son los puntos medios de los lados largos de los ladrillos que se encuentran en lados opuestos del macizo de flores.



la figura no está dibujada a escala

(i) Halle el valor del ángulo FCH.

(ii) Calcule la distancia MN (de un lado a otro del macizo de flores, pasando por C). *[5 puntos]*

El macizo de flores tiene un área de 5419 cm^2. Está cubierto con una capa de tierra de 2,5 cm de espesor.

(d) Halle el volumen de tierra utilizado. *[2 puntos]*

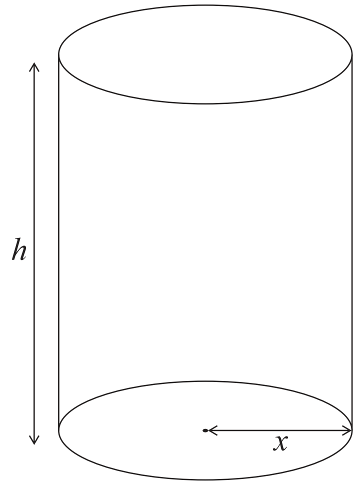
Se estima que 1 kilogramo de tierra ocupa 514 cm^3.

(e) Halle cuántos kilogramos de tierra son necesarios utilizar para este macizo de flores. *[2 puntos]*

5. *[Puntuación máxima: 14]*

Un fabricante de comida para perros quiere reducir los costes de producción. En la fabricación de las latas cilíndricas, desea utilizar la menor cantidad de aluminio posible. En la siguiente figura, h representa la altura de la lata en cm y x el radio de la base de dicha lata en cm.

la figura no está dibujada a escala



El volumen de las latas de comida para perros es igual a 600 cm^3.

(a) Compruebe que $h = \dfrac{600}{\pi x^2}$. *[2 puntos]*

(b) (i) Halle una expresión para calcular el área de la superficie curva de la lata, en función de x. Simplifique su respuesta.

(ii) A partir de lo anterior, escriba una expresión para calcular el área total de la lata, A, en función de x. *[4 puntos]*

(c) Derive A con respecto a x. *[3 puntos]*

(d) Halle el valor de x para el cual A alcanza un mínimo. *[3 puntos]*

(e) Calcule cuál es la mínima área total de las latas de comida para perros. *[2 puntos]*